

# Stohastička analiza

28. avgust 2019.

1. Rasejan profesor ima dva kišobrana koja koristi u putu od kuće do posla i nazad. Ako pada kiša i kišobran mu je dostupan na trenutnoj lokaciji, on ga uzima. Ako ne pada kiša, on uvek zaboravi da uzme kišobran. Prepostavimo da svaki put kada on putuje kiša pada sa verovatnoćom  $p$  i da ta verovatnoća ne zavisi od prethodnih putovanja. U svakom trenutku on ima dostupno 0, 1 ili 2 kišobrana na trenutnoj lokaciji. Prepostavimo da je profesor na početku imao 2 kišobrana na trenutnoj lokaciji. Naći verovatnoću da on na istoj lokaciji sledećeg dana (tj. posle dva putovanja) neće imati 2 kišobrana.
2. Taxi vozila polaze sa aerodroma skladu sa Poasonovim procesom sa stopom rasta od 2 po minutu. Verovatnoće da se u vozilu nalazi jedna, dve ili tri osobe su 0.5, 0.3 i 0.2, redom.
  - (a) Odrediti verovatnoću da je broj vozila koja su krenula sa aerodroma u 10 minuta jednak 10.
  - (b) Odrediti očekivan broj putnika koji su krenuli sa aerodroma u 10 minuta.
3. Neka je dato standardno Braunovo kretanje  $W_t$ .
  - (a) Dokazati da su slučajne promenljive  $X := W_{2s}^2 + W_s^2 + 3W_{2s} - 3W_s - 2W_{2s}W_s$  i  $Y := W_{\frac{1}{2}s}^3 - W_{\frac{1}{2}s}^2 + 2$  nezavisne za  $s > 0$ .
  - (b) Naći  $E[E[X + Y|W_s]]$ .
4. Dati su stohastički procesi  $Y_t = 2t \int_0^t (e^s + 1)dW_s$  i  $Z_t = \int_0^t \frac{1}{e^s + 1}dW_s$ , gde je sa  $W_t$  označeno standardno Braunovo kretanje.
  - (a) Naći  $dY_t \cdot dZ_t$ .
  - (b) Odrediti  $E\left(\int_0^t (e^s + 1)dW_s \int_0^t \frac{1}{e^s + 1}dW_s\right)$ .
5. Dat je Poasonov proces  $N_t$  sa stopom rasta  $\lambda$ . Da li je  $N^2(t) - \lambda t$  martingal u odnosu na istoriju Poasonovog procesa?