

Braunovo kretanje - zadaci

1. Dato je standardno Braunovo kretanje $\{W_t, t \geq 0\}$.
 - (a) Naći $P\{1 < W_1 < 2\}$.
 - (b) Naći $P\{W_2 < 3 | W_1 = 1\}$.
2. Sa $(W_t)_{t \geq 0}$ je dato standardno Braunovo kretanje. Odrediti $E(W_4^2 | W_2)$.
3. Pokazati da je $V(t) = W(t+T) - W(T)$ standardno Braunovo kretanje za svako $T > 0$, ako je $W(t)$ takođe standardno Braunovo kretanje.
4. Neka je W_t standardno Braunovo kretanje i definišimo

$$X_t := W_t - tW_1, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

- (a) Odrediti autokovariansnu funkciju $K(t, s)$ za dati proces.
- (b) Da li proces $(X_t)_{0 \leq t \leq 1}$ ima nezavisne priraštaje?

5. Dato je standardno Braunovo kretanje $W(t), t \geq 0$.

- (a) Dokazati da za $s \geq t \geq 0$ važi

$$E(W(s)W^n(t)) = \begin{cases} 0, & \text{if } n = 2k, k = 0, 1, 2, \dots \\ n!! t^{\frac{n+1}{2}}, & \text{if } n = 2k-1, k = 1, 2, \dots \end{cases}.$$

- (b) Pokazati $E(|W(t) - W(s)|^2) = |t - s|, t, s \geq 0$.

Ideja: Izračunati $E(W^{n+1}(t))$.