

## Stohastički procesi – zadaci

1. Neka je proces  $X(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$  definisan na sledeći način:

$$X(t) = X_t = at + X_0, \quad a \in \mathbb{R},$$

gde je  $X_0$  jednodimenzionalna slučajna promenljiva sa funkcijom raspodele  $F_{X_0}(x)$ . Naći jednodimenzionalne i dvodimenzionalne raspodele ovog procesa.

2. Neka je

$$X_t = a + tX_0, \quad a \in \mathbb{R}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

$X_0$  je slučajna promenljiva sa funkcijom raspodele  $F_{X_0}(x)$ . Naći jednodimenzionalnu raspodelu procesa  $X_t$ .

3. Stohastički proces  $X_t$  je dat sa

$$X_t = U + tV, \quad t \in \mathbb{R}$$

gde su  $U$  i  $V$  nezavisne slučajne promenljive.

- a) Pokazati da su trajektorije ovog procesa prave u ravni.
- b) Odrediti  $m_X(t)$ ,  $K_X(t, s)$  i  $D_X(t)$ .
- c) Uraditi b) ako  $U$  i  $V$  imaju  $\mathcal{U}(0, 1)$  raspodelu.

4. Dat je stohastički proces  $X_t = tX_0 + \lambda$ , gde je  $X_0 : \mathcal{N}(m, \sigma^2)$  i  $\lambda = const$ . Naći jednodimenzionalnu funkciju gustine, očekivanje i disperziju za  $X_t$ .

5. Naći očekivanje, autokovarijansnu funkciju i disperziju stohastičkog procesa

$$X_t = \cos(\lambda t + U), \quad \lambda = const, \quad U : \mathcal{U}(0, 2\pi).$$

6. Slučajne promenljive  $X$  i  $Y$  su nezavisne, pri čemu je  $X$  određena gustinom

$$\varphi_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{3} - x^2, & x \in (0, 1) \\ 0, & x \notin (0, 1) \end{cases}$$

i  $Y : \mathcal{U}(0, \pi)$ . Odrediti očekivanje, autokovarijansnu funkciju i disperziju stohastičkog procesa

$$U_t = X \cos(t - Y), \quad t \in \mathbb{R}.$$

7. Neka su  $U$  i  $V$  nezavisne slučajne promenljive takve da

$$U : \mathcal{U}(-2, 2), \quad V : \mathcal{N}(0, 1).$$

Naći očekivanje,  $K(t, s)$  i  $D(t)$  stohastičkog procesa

$$X_t = V \cdot 2^t + U \cdot t^2, \quad t \in \mathbb{R}.$$