

Izabrani zadaci iz gradiva

1. Naći graničnu vrednost niza $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ zadanog sa

$$a_1 = \sqrt[3]{6}, a_{n+1} = \sqrt[3]{a_n + 6}, n \in \mathbb{N}.$$

2. Izračunati

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 3^2 + \dots + 3^{n+1}}{7 + 7^2 + \dots + 7^{n+1}}.$$

3. Izračunati:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2(\pi 2^x)}{\ln(\cos(\pi 2^x))}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(2e^{\frac{x}{1+x}} - 1\right)^{\frac{2x^2+3}{2x}}$$

4. Izračunati:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-\frac{2x}{\ln x}}}{\operatorname{ctg}^2 x + 1}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\left(1 + \frac{(x-2)^2}{15}\right)^3 - 1}{x^2 - 4}$$

5. Data je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}} + b & x \in (-\infty, 1), \\ e^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg}(2-x^3)}, & x \in [1, \sqrt[3]{2}), \\ ax^3, & x \in [\sqrt[3]{2}, +\infty). \end{cases}$$

Naći konstante a i b (ako je to moguće) tako da funkcija f bude neprekidna na \mathbb{R} .

6. a) Koristeći Tejlorovu formulu razložiti polinom $f(x) = 2x^5 - 3x^4 - 8x^2 + 2$ po stepenima od $x - 1$.

b) Napisati Maklorenovu formulu za funkciju $f(x) = 1 + \sin(2x) + 2e^x$ zadržavajući se na članu reda 3.

7. Pronaći drugi izvod sledećih funkcija

$$(a) f(x) = e^{2x} \ln(x^2 + 1), \quad (b) g(x) = \operatorname{arctg}(3x) + x^6, \quad (c) h(x) = \frac{e^{2x^2}}{x^2 + 2x + 6}.$$

8. Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = (x^2 + 2x + 1)e^x$.

9. Izračunati:

$$(a) \int \frac{x^2 - x - 21}{2x^3 - x^2 + 8x - 4} dx, \quad (b) \int x^2 \ln(3x) dx. \quad (c) \int \cos^2 x \sin^3 x dx;$$

10. Rešiti sistem:

$$\begin{aligned} x - 3y - 8z &= 2 \\ 2x + y + 2z &= 1 \\ x + 2y + 5z &= 0. \end{aligned}$$

11. Diskutovati i rešiti sistem jednačina u zavisnosti od vrednosti parametra λ

$$\begin{aligned} x - \lambda y - 8z &= 2 \\ 2x + y + 2z &= 1 \\ x + 2y + \lambda z &= 0. \end{aligned}$$

12. Rešiti matricnu jednačinu:

$$AX + B = D,$$

gde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -8 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

13. Dati su vektori $\vec{a} = (3, 1, 2)$, $\vec{b} = (-2, 0, 1)$, $\vec{c} = (1, -2, -3)$. Odrediti:

a) $\frac{1}{3}\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$,

b) $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$,

c) površinu trougla koji obrazuju vektori \vec{b} i \vec{c} ,

d) zapreminu paralelepipeda koji obrazuju vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .

14. Ispitati linearnu zavisnost vektora:

$$a = (1, 8, -3), \quad b = (3, -4, 8), \quad c = (-2, 4, 5).$$