

DOMAĆI IZ ALGEBRE

1. Izračunati vrednosti determinanti:

$$\begin{vmatrix} 1 & 10 & 1989 \\ 1 & 11 & 1988 \\ 1 & 12 & 1987 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 32541 & 32541 & 32541 \\ 32551 & 32541 & 42541 \\ 57891 & 57891 & 57892 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 5 & 29908 & 3821 \\ 1 & 4 & 29907 & 3821 \\ 1 & 5 & 0 & -5 \\ 1 & 5 & 29808 & 3819 \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & -1 & 9 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x^2 & y^2 \\ 1 & x^3 & y^3 \end{vmatrix}$$

2. Date su matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 9 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 7 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

- a) Utvrditi koje se od datih matrica mogu sabrati i sabrati ih.
 b) Utvrditi koje se od datih matrica mogu množiti i izmnožiti ih.

3. Odrediti inverzne matrice datih matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 6 \\ 4 & -1 & 3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. Rešiti, (tamo gde je to moguće) matrice jednačine $A \cdot X = B$, $X \cdot A = B$, ako su A i B date matrice, a X nepoznata matrica, gde je

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix};$

b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix},$

c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \\ -1 & 7 \end{bmatrix},$

d) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 15 & -45 & 2 & 0 \\ 8 & -5 & 6 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$

5. Odrediti rešenje sistema

$$\begin{array}{l} 3x + y + 2z = 6 \quad x + y + z = -3 \quad 2x + y + 2z = 1 \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z = 15 \\ 2x - y + z = 2 \quad , \quad x + 3y + 4z = 5 \quad , \quad -x + 4y - z = 4 \quad , \quad -x + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = -8 \quad . \\ -x + 2y + 4z = 5 \quad 3x - y - 2z = -21 \quad x + y - 2z = 2 \quad -\frac{x}{4} + y - 4\frac{z}{3} = 11 \end{array}$$

Pomoću Gausovog metoda eliminacije i pomoću Kramerovog pravila.

6. Rešiti i diskutovati sistem jednačina

$$\begin{array}{l} ax + y + z = 1 \quad ax + y - z = 1 \quad x + y + z = 6 \\ x + ay + z = a \quad , \quad x + ay - z = 1 \quad , \quad ax + 4y + z = 5 \quad , \\ x + y + az = a^2 \quad x - y - az = 1 \quad 6x + (a + 2)y + 2z = 13 \\ \\ x + 3y + az = 1 \quad x - ay - 5z = 1 \quad ax + y + z + t = 1 \\ 2x + 3ay + 4z = 2 \quad , \quad -ax + 2y + 2z = -a \quad , \quad x + ay + z + t = 1 \\ ax + 18y - z = 1 \quad x - y - 3z = 1 \quad x + y + az + t = 1 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad x + y + z + at = 1 \end{array}$$

7. Dati su vektori

$$\begin{array}{l} 1) \vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}, \quad \vec{c} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}; \\ 2) \vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}. \end{array}$$

- Odrediti skalarne proizvode svaka dva data vektora i uglove između svaka dva data vektora;
- Odrediti površine paralelograma koji obrazuju svaka dva data vektora;
- Odrediti zapremine paralelopipeda kojeg obrazuju vektori \vec{a}, \vec{b} i \vec{c} .

8. Odrediti međusobni odnos parova pravih

$$\begin{array}{l} a) \frac{x-5}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}, \quad \frac{x+5}{-8} = \frac{3y+1}{-6} = \frac{z+9}{4}, \\ b) \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{2z+1}{-3}, \quad \frac{2x+5}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{7}. \end{array}$$

9. Odrediti jednačine ravni

- koja prolazi kroz tačku $(1, -3, 2)$ i pravu $x = 1 + 5t, y = -3 + t, z = 2t$.
- koja prolazi kroz pravu $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ i paralelna je pravoj $x = 1, y = t, z = -t$.

10. Odrediti jednačine prave koja seče pravu $\frac{x}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{1}, \frac{x-10}{5} = \frac{y+7}{4} = \frac{z}{1}$, i paralelna je ravni $\vec{a} = (8, 7, 1)$.