

1 Testiranje hipoteza

Definicija 1.1 (Greške).

$$\alpha = P\{(X_1, \dots, X_n) \in C | H_0\},$$

$$\beta = P\{(X_1, \dots, X_n) \notin C | H_1\}.$$

Definicija 1.2. Najbolja kritična oblast je C takva da je za dato α , greška druge vrste β minimalna.

Teorema 1.3 (Nejman - Pirsonova lema). Neka je $H_0(\theta = \theta_0)$, $H_1(\theta = \theta_1)$. Neka za dato $\alpha \in (0, 1)$ postoji $c > 0$ tako da

$$P_{\theta_0}\{K(X_1, \dots, X_n) = \frac{L(X_1, \dots, X_n, \theta_0)}{L(X_1, \dots, X_n, \theta_1)} \leq c\} = \alpha.$$

Tada postoji najbolja C veličine α i data je sa

$$C = \{(x_1, \dots, x_n) : \frac{L(x_1, \dots, x_n, \theta_0)}{L(x_1, \dots, x_n, \theta_1)} \leq c\}.$$

Primer 1.4. Neka je (X_1, \dots, X_n) PSU iz $\mathcal{E}(\lambda)$ raspodele. Odrediti najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0(\lambda = \lambda_0)$, $H_1(\lambda > \lambda_0)$.

1.1 Testovi značajnosti

- Izvučen je uzorak obima $n = 100$ iz $X : \mathcal{N}(m, 5^2)$. Izračunato je da je $\bar{x}_{100} = 22.4$. Testirati hipotezu da $H_0(m = 19)$ protiv
 - $H_1(m \neq 19)$,
 - $H_1(m > 19)$.
- Izvučen je uzorak obima 20, $X : \mathcal{N}(m, \sigma^2)$. Izračunato je $\bar{x}_{20} = 3.2$, $\bar{s}_{20}^2 = 2.8$. Testirati $H_0(m = 4)$ protiv alternativne $H_1(m < 4)$, $\alpha = 0.01$.
- Poznato je da količina suvog grožđa u sladoledu izražena u gramima ima normalnu raspodelu. Na slučajan način izabrano je 10 pakovanja i izmerena je količina suvog grožđa u svakom od njih. Dobijeni su sledeći podaci: 38, 33, 29, 36, 32, 28, 31, 27, 28, 30. Sladoled se smatra ispravnim ako prosečna količina grožđa nije manja od 35 g, a disperzija nije veća od 9g. Na osnovu uzorka proveriti da li fabrika pravi ispravan sladoled, na nivou značajnosti $\alpha = 0.05$.
- U uzorku od 30 studenata društvenog fakulteta prosečno vreme učenja u toku dana je 150 minuta, a uzoračko stand. odstupanje je 14 min. U slučajnom uzorku od 40 studenata PMF-a prosečno vreme učenja je 170 min, a odstupanje 10 min.
 - Testirati hipotezu da studenti oba fakulteta u proseku provedu isto vreme u učenju (pretp. da su disperzije jednake i vreme učenja ima normalnu raspodelu).
 - Ponovo uraditi zadatak ako znamo $\sigma_1 = 13.5$, $\sigma_2 = 9.7$.

- Kod 9 pacijenata sa prekomernom težinom merena je telesna masa pre i posle dijetе i dobijeni su sledeći podaci:

pre	77	93	88	102	72	95	98	110	105
posle	62	88	82	90	58	76	87	91	99

Da li je došlo do značajnog smanjenja težine na nivou značajnosti 0.01?

- Firma koja proizvodi više vrsta proizvoda osavremenila je tehnologiju proizvodnje. Za slučajno izabranih 10 vrsta proizvoda registrovani su troškovi proizvodnje pre i posle uvođenja tehnologije:

pre	36	28	25	18	13	16	13	23	26	24
posle	30	27	25	16	10	15	15	21	14	20

Da li je opravdano uvođenje nove tehnologije sa stanovišta troškova?