

1 Tačkaste ocene - nastavak

1. Neka je dato obeležje

$$X : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ \frac{\theta}{3} & \frac{\theta}{3} & 1 - \theta & \frac{\theta}{3} \end{pmatrix}$$

i uzorak: $(1, 1, 0, 0, 0, -1, -1, 2, 2, 2, 2, -1, 0)$. Oceniti parametar θ na oba načina.

2. Reakcija na jednu vrstu nadražaja ima eksponencijalnu raspodelu $\mathcal{E}(a)$. Eksperiment je izvršen 10 puta i dobijeni su rezultati (izraženi u nanosekundama):

1.41, 1.28, 2.49, 0.95, 0.26, 3.83, 1.56, 3.87, 0.83, 3.37.

Metodom momenata i metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra a .

3. Neka obeležje X ima gustinu:

$$\varphi(\theta, x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & x \in [0, 1], \\ 0, & x \notin [0, 1], \end{cases}$$

$\theta > -1$. Na slučajan način je izabran uzorak

0.92, 0.79, 0.9, 0.65, 0.86, 0.47, 0.73, 0.97, 0.94, 0.77.

Metodom momenata i metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra θ .

4. Obeležje X ima gustinu raspodele

$$\varphi(\theta, x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\theta}} e^{-\frac{x}{\sqrt{\theta}}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

$\theta > 0$.

(a) Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra θ , za uzorak obima n .

(b) Na slučajan način izabran je uzorak 1.2, 2.3, 1.3, 1.4, 1.6, 1.2, 2.1. Metodom momenata i metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra θ .

5. Neka obeležje X -broj bodova na ispitu, ima normalnu $\mathcal{N}(m, \sigma)$ raspodelu:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Na slučajan način izabrano je 100 studenata. Bodovi koje su studenti osvojili na ispitu su prikazani u tabeli.

bodovi	[0,20)	[20,40)	[40,60)	[60,80)	[80,100)
broj studenata	5	17	42	27	9

Metodom momenata naći ocenu nepoznatih parametara m i σ .

6. Neka je dat prost slučajan uzorak (X_1, \dots, X_n) iz normalne $\mathcal{N}(m, \sigma)$ raspodele, gde su m i σ nepoznati parametri. Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatih parametara.

7. Neka obeležje ima normalnu raspodelu i neka je dat uzorak:

0, 2, 1, 2, 0, 1.

Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatih parametara m i σ .

8. Neka $X : \mathcal{B}(m, p)$. Na osnovu uzorka obima n oceniti p .

2 Nejednakost Rao-Kramera

1. Za ocenu iz prethodnog zadatka ispitati centriranost, efikasnost i postojanost.