

1 Neodređeni integral

1.1 Zadaci

1. Izračunati sledeće integrale: (a) $\int e^{\sqrt{x}} dx$, (b) $\int \sin(\ln x) dx$.

1.2 Integrali racionalnih funkcija

1.2.1 Zadaci

1. Izračunati sledeće integrale:

$$(a) \int \frac{4x+1}{x^2-3x-10} dx, \quad (b) \int \frac{5x^2-13x+2}{x^3-2x^2-4x+8} dx, \quad (c) \int \frac{x+1}{x^3-2x^2+x-2} dx,$$

$$(d) \int \frac{x^3-2x-35}{x^2-2x-15} dx.$$

1.3 Metod Ostrogradskog

Metod Ostrogradskog se koristi za rešavanje integrala oblika

$$\int \frac{P_n(x)}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx,$$

gde je $P_n(x)$ polinom n-tog stepena, a $a, b, c \in \mathbb{R}$. Rešenja se dobija iz jednakosti:

$$\int \frac{P_n(x)}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx = Q_{n-1}(x)\sqrt{ax^2+bx+c} + \lambda \int \frac{1}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx.$$

Koeficijenti polinoma $Q_{n-1}(x)$ i konstanta λ određuju se diferenciranjem prethodnog izraza.

1.3.1 Zadaci

1. Izračunati sledeće integrale:

$$(a) \int \sqrt{1-x^2} dx, \quad (b) \int \frac{x^3+3x}{\sqrt{-x^4-2x^2+5}} dx.$$

1.4 Integrali nekih iracionalnih funkcija

1. Izračunati sledeće integrale:

$$(a) \int \frac{1}{\sqrt{x+1+1}} dx, \quad (b) \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}-1} dx$$

1.5 Integrali trigonometrijskih funkcija

Integrali trigonometrijskih funkcija su oblika

$$\int R(\sin x, \cos x) dx,$$

gde je R racionalna funkcija dve promenljive. **Univerzalnom trigonometrijskom smenom** $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ se svode na integral racionalne funkcije. Pri tome je

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad dx = \frac{2}{1+t^2} dt.$$

Specijalno,

- ako je $R(-\sin x, \cos x) = -R(\sin x, \cos x)$, onda je smena $t = \cos x$;
- ako je $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$, onda je smena $t = \sin x$;
- ako je $R(-\sin x, -\cos x) = R(\sin x, \cos x)$, onda je smena $t = \operatorname{tg} x$.

1.5.1 Zadaci

1. Izračunati sledeće integrale:

$$(a) \int \frac{\sin^5 x}{\cos^4 x} dx, \quad (b) \int \frac{1}{\sin^2 x \cos x} dx, \quad (c) \int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x} dx.$$