

1 Izvod funkcije, nagib krive

Definicija 1.1. $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

Izvod funkcije u a predstavlja nagib tangente na krivu u tački a (nagib krive u a). Kod linearne funkcije (prave) to je baš nagib prave. Jednačina tangente kroz a se zato može izvesti iz

$$f'(a) = \frac{y - f(a)}{x - a} \Leftrightarrow y = f(a) + f'(a)(x - a).$$

1.1 Zadaci

(U narednim zadacima ne koristimo tablične izvode)

1. Naći jednačinu tangente na parabolu $y = x^2$:
 - (a) u $(-2, 4)$
 - (b) u tački u kojoj je nagib 8,
 - (c) ako je presek tangente sa x -osom 2.
2. Naći jednačine dveju pravih kroz $(3, 13)$ koje su tangentne na parabolu $y = 6x - x^2$.
3. Skicirati grafik od $y = |x - 1|$.
 - (a) Postoji li tačka na grafiku u kojoj nema tangente?
 - (b) Naći $f'(x_0)$, $x_0 > 1$, potom za $x_0 < 1$. Šta se može reći za $f'(1)$?
4. Pokazati da ako $f(x) = ax^2 + bx + c$ onda $f'(x) = 2ax + b$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
5. Korišćenjem prethodnog zadatka izračunati izvode sledećih funkcija
 - (a) $f(x) = 5x - 3$,
 - (b) $f(x) = 50 - 8x^2$,
 - (c) $f(x) = x(50 - x)$.
6. Koristeći definiciju izvoda naći izvod funkcija
 - (a) $f(x) = 5x - x^3$,
 - (b) $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

U fizici, srednja brzina na vremenskom intervalu $[t_1, t_2]$ je

$$v = \frac{s(t_1) - s(t_2)}{t_1 - t_2} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Trenutna brzina u trenutku t se definiše kao granična vrednost kada $\Delta t \rightarrow 0$, a to je zapravo izvod funkcije s :

$$v(t) = s'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

1. Kamera pada sa zgrade visoke $784m$. Rastojanje koje prelazi je funkcija vremena: $s(t) = 16t^2$, gde je t dato u sekundama.
 - (a) Koliko dugo kamera pada?
 - (b) Koja je prosečna brzina po kojoj pada prve tri sekunde?
 - (c) Koja je prosečna brzina po kojoj pada poslednje tri sekunde?
 - (d) Koja je trenutna brzina u trenutku kada padne na zemlju?

2 Tablični izvodi

2.1 Zadaci

1. Korišćenjem tablice izvoda odrediti izvode funkcija:

- (a) $y = 2016$, (b) $y = 2x^7 + 100$, (c) $y = 2x^2 - 3 \ln x$, (d) $y = x^5 + 3x^{\frac{1}{2}} + 5 \ln x$,
(e) $y = \tan x - \cot x$, (f) $y = 5 \cdot 3^x + 13e^x$, (g) $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$.

2. Odrediti izvode datih funkcija:

- (a) $y = e^x \tan x$, (b) $y = x^2 \sin x$, (c) $y = x - \sin x \cos x$, (d) $y = (x^2 + a^2)(x^2 - a^2)$.

3. Odrediti izvode datih funkcija

$$(a) y = \frac{x-5}{x+7}, \quad (b) y = \frac{x^2+1}{x^2-1}, \quad (c) y = \frac{e^x+1}{e^x-1} \quad (d) y = \frac{1+\operatorname{ctgx}}{\operatorname{ctgx}} \quad (e) y = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}.$$