

1 Funkcije

Definicija 1.1. Funkcija je parna ako $f(-x) = f(x)$, a neparna ako $f(-x) = -f(x)$. Ako nije ni parna ni neparna kažemo da je "ni-ni".

Definicija 1.2. Funkcija $f : A \rightarrow B$ je

- injekcija ("1-1"), ako za sve $x, y \in A$ iz $f(x) = f(y)$ sledi $x = y$;
- sirjekcija ("na"), ako za svako $b \in B$ postoji $a \in A$ takvo da je $f(a) = b$;
- bijekcija, ako je i injekcija i sirjekcija.

1.1 Zadaci

1. Ispitati parnost sledećih funkcija:

$$(a) f(x) = x^2 + 2, \quad (b) g(x) = x^3 - x, \quad (c) h(x) = 3x - x^2.$$

2. Neka je $f(x) = 2x - 7$. Dokazati da je ova funkcija bijekcija i naći njoj inverznu funkciju $f^{-1}(x)$. Uporediti $f^{-1}(x)$ i $\frac{1}{f(x)}$.

2 Granične vrednosti funkcija

Definicija 2.1. b je granična vrednost funkcije $f(x)$ kada $x \rightarrow a$, zapisano

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

ako važi

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0) \quad (|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon).$$

2.1 Zadaci

1. Pokazati po definiciji da je $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5) = -1$.

2. Izračunati:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2}{3-x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x}{x^2 - 4}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4x - 1}{x + 1}.$$

3. Izračunati:

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 2x}{x^3 + 1}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{x - \sqrt{x}}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 5x}{2x^2 + 3}, \quad (d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x).$$

4. Koristeći tabllicu limesa izračunati:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \right)^{x^2-1}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{x}, \quad (d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}.$$

5. Koristeći tabllicu limesa izračunati:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin x \ln(1 + x)}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} \right)^x.$$