

Uvod u analizu

30.9.2016.

1. Dat je skup:

$$X = \left\{ x \notin (-1, 1) : \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{x^2 + 2x} \leq 0 \right\} \cup \left\{ 1 + \frac{1}{1 + [x]} : x \in \mathbb{R}^+ \right\}.$$

- (a) Odrediti infimum i supremum skupa X i proveriti da li skup X ima minimalni i maksimalni element;
(b) Odrediti unutrašnje, adherentne, rubne, izolovane tačke i tačke nagomilavanja skupa X .

Napomena: Za dato $x \in \mathbb{R}$, najveći ceo deo $[x] = z \in \mathbb{Z}$ tako da je $z \leq x < z + 1$.

2. Izračunati: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 1! + 3 \cdot 2! + \cdots + (2n-1)n!}{(n+1)!}$.

3. Izračunati: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+a)^{x+a}(x+b)^{x+b}}{(x+a+b)^{2x+a+b}}$, gde su $a, b \in \mathbb{R}$.

4. Data je funkcija $f(x) = \frac{\sqrt{Ax^6 + 4x^4}}{x+5} + B \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{x} \ln x$, $A \geq 0$.

- (a) Odrediti domen funkcije f .
(b) Odrediti konstante A i B takve da funkcija f ima kosu i vertikalnu asimptotu.
(c) Za tako izabrane vrednosti konstanti, pronaći asimptote funkcije f .

5. Odrediti konstantu A tako da funkcija:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna na \mathbb{R} . Da li je tako dobijena funkcija uniformno neprekidna na intervalu $[0, \pi]$?