

Uvod u analizu

3. jun 2016.

1. Dat je skup $X = \left\{ \frac{(-1)^n}{2n} + \cos\left(\frac{(-1)^n n \pi}{2}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$.
 - (a) Odrediti infimum i supremum skupa X (pokazati po definiciji) i proveriti da li skup X ima minimalni i maksimalni element;
 - (b) Odrediti unutrašnje, adherentne, rubne, izolovane tačke i tačke nagomilavanja skupa X .
2. Pokazati po definiciji da je granična vrednost niza $\left\{ \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$ jednaka nuli. *Ideja:* Koristiti nejednakost $n! > \left(\frac{n}{e}\right)^n$.
Bonus bodovi: pokazati da $n! > \left(\frac{n}{e}\right)^n$ važi za svako $n \in \mathbb{N}$.
3. Data je funkcija $f(x) = \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$.
 - (a) Odrediti domen funkcije f .
 - (b) Odrediti tačke prekida i vrste tih prekida (obrazložiti).
 - (c) Odrediti asimptote grafika funkcije $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.
4. Izračunati: (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{e^{\frac{x-1}{2}} - \sqrt{(x-1)e^{x-1} + x}}$; (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{\sin x}\right) \ln\left(\frac{x+2016}{2016}\right)$.
5. Dokazati da je $f(x) = \ln(x^A) + Ax + 1$ uniformno neprekidna na $(1, +\infty)$, za neko $A > 0$.

Uvod u analizu

3. jun 2016.

1. Dat je skup $X = \left\{ \frac{(-1)^n}{2n} + \cos\left(\frac{(-1)^n n \pi}{2}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$.
 - (a) Odrediti infimum i supremum skupa X (pokazati po definiciji) i proveriti da li skup X ima minimalni i maksimalni element;
 - (b) Odrediti unutrašnje, adherentne, rubne, izolovane tačke i tačke nagomilavanja skupa X .
2. Pokazati po definiciji da je granična vrednost niza $\left\{ \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$ jednaka nuli. *Ideja:* Koristiti nejednakost $n! > \left(\frac{n}{e}\right)^n$.
Bonus bodovi: pokazati da $n! > \left(\frac{n}{e}\right)^n$ važi za svako $n \in \mathbb{N}$.
3. Data je funkcija $f(x) = \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$.
 - (a) Odrediti domen funkcije f .
 - (b) Odrediti tačke prekida i vrste tih prekida (obrazložiti).
 - (c) Odrediti asimptote grafika funkcije $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.
4. Izračunati: (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{e^{\frac{x-1}{2}} - \sqrt{(x-1)e^{x-1} + x}}$; (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{\sin x}\right) \ln\left(\frac{x+2016}{2016}\right)$.
5. Dokazati da je $f(x) = \ln(x^A) + Ax + 1$ uniformno neprekidna na $(1, +\infty)$, za neko $A > 0$.