

Uvod u analizu (M3 smer)

6. april 2016.

1. Odrediti infimum i supremum skupa $X = \left\{ \left(\frac{2}{n} \right)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ (pokazati po definiciji) i proveriti da li skup X ima minimalni i maksimalni element.
2. Odrediti unutrašnje, adherentne, rubne, izolovane tačke i tačke nagomilavanja skupa X , gde je X domen funkcije: $f(x) = \ln \left(\sin \frac{\pi}{x} \right)$.
3. (a) Ako su nizovi $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ i $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ divergentni, onda je i niz $\{a_n + b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ divergentan.
Da li je navedeno tvrđenje tačno? Dokazati!
(b) Izračunati:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{10}} + \cdots + \sqrt{\frac{2n-1}{n^2+1}}}{\sqrt{n}}.$$
4. Izračunati: (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos x}}$. (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$;
5. Odrediti prirodni domen i asimptote grafika funkcije $f(x) = \frac{1}{x} \arcsin \left(\frac{1-x}{1+x^2} \right)$.
6. Data je funkcija
$$f(x) = \begin{cases} Ax + B, & x \leq 0 \\ \frac{x}{3} + x^2 \sin \frac{1}{7x}, & x > 0 \end{cases}$$

(a) Odrediti konstante A i B tako da funkcija f bude neprekidna na \mathbb{R} .
(b) Za tako dobijene konstante ispitati uniformnu neprekidnost funkcije f na intervalu:
 - i. $(-\infty, -1]$;
 - ii. $[3, 5]$,i obrazložiti odgovor.

Rezultati: petak, 8.4., u 12h

Usmeni: subota, 9.4., u 10h

Uvod u analizu (M3 smer)

6. april 2016.

1. Odrediti infimum i supremum skupa $X = \left\{ \left(\frac{2}{n} \right)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ (pokazati po definiciji) i proveriti da li skup X ima minimalni i maksimalni element.
2. Odrediti unutrašnje, adherentne, rubne, izolovane tačke i tačke nagomilavanja skupa X , gde je X domen funkcije: $f(x) = \ln \left(\sin \frac{\pi}{x} \right)$.
3. (a) Ako su nizovi $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ i $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ divergentni, onda je i niz $\{a_n + b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ divergentan.
Da li je navedeno tvrđenje tačno? Dokazati!
(b) Izračunati:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{10}} + \cdots + \sqrt{\frac{2n-1}{n^2+1}}}{\sqrt{n}}.$$
4. Izračunati: (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos x}}$. (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$;
5. Odrediti prirodni domen i asimptote grafika funkcije $f(x) = \frac{1}{x} \arcsin \left(\frac{1-x}{1+x^2} \right)$.
6. Data je funkcija
$$f(x) = \begin{cases} Ax + B, & x \leq 0 \\ \frac{x}{3} + x^2 \sin \frac{1}{7x}, & x > 0 \end{cases}$$

(a) Odrediti konstante A i B tako da funkcija f bude neprekidna na \mathbb{R} .
(b) Za tako dobijene konstante ispitati uniformnu neprekidnost funkcije f na intervalu:
 - i. $(-\infty, -1]$;
 - ii. $[3, 5]$,i obrazložiti odgovor.

Rezultati: petak, 8.4., u 12h

Usmeni: subota, 9.4., u 10h