

Neka je $(X, (\cdot, \cdot))$ pred-Hilbertov prostor, $x \in X$ i neka je $\{x_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ skup svih Furijeovih koeficijenata elementa x .

Posmatrajmo skupove

$$X_n = \{x_\lambda, \lambda \in \Lambda \mid |x_\lambda| \geq \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\}.$$

Jasno, $x_\lambda \neq 0$ ako i samo ako $x_\lambda \in \cup_{n \in \mathbb{N}} X_n$.

Pri tome, bez umanjenja opštosti može se pretpostaviti da je $X_n \neq \emptyset$.

Za zadato $n \in \mathbb{N}$ i za bilo koji izbor konačno mnogo elemenata $\{x_{\lambda_1}, x_{\lambda_2}, x_{\lambda_3}, \dots, x_{\lambda_k}\}$ skupa X_n iz $|x_{\lambda_j}| \geq 1/n, j = 1, 2, \dots, k$, sledi

$$\sum_{j=1}^k |x_{\lambda_j}|^2 \geq \frac{k}{n^2}.$$

Na osnovu Beselove nejednakosti (Lema 3.5.1 iz udžbenika) dobija se

$$k \leq n^2 \|x\|^2,$$

pa je $\text{card}(X_n) < \text{card } \mathbb{N}$.

Dakle, skup svih Furijeovih koeficijenata elementa x koji su različiti od nule može se prikazati kao prebrojiva unija konačnih skupova, pa je taj skup najviše prebrojiv:

$$\text{card}(\cup_{n \in \mathbb{N}} X_n) \leq \text{card } \mathbb{N}.$$