

Izabrana poglavlja primenjene analize,
ispitna pitanja, šk. godina 2015/16.

- (1) Definisati LCT sistem, frekvencijski odziv i impulsni odziv sistema i pokazati da je frekvencijski odziv sistema Furijeova transformacija njegovog impulsnog odziva. Formulirati i dokazati tvrdjenje koje karakteriše stabilnost sistema pomoću njegovog impulsnog odziva.
- (2) Dokazati da je $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{m}{\pi}\right)^{1/2} e^{-mx^2} dx = 1$. Definisati delta konvergentan niz i dokazati da je niz gausovskih funkcija primer delta konvergentnog niza.
- (3) Definisati Furijeovu transformaciju. Formulirati i dokazati lemu o ograničenosti i neprekidnosti funkcije \hat{f} i Riman-Lebegovu lemu.
- (4) Dokazati lemu o kompaktnom nosaču, $(f * g)^\wedge(\xi) = \hat{f}(\xi)\hat{g}(\xi)$, $f, g \in L^1(\mathbb{R})$ i Parsevalovu jednakost.
- (5) Formulirati i dokazati teoreme o odnosu opadanja i glatkosti funkcije i njene Furijeove transformacije. Definisati Švarcovu klasu. Odrediti Furijeovu transformaciju funkcije $e^{-\pi x^2/a}$, $x \in \mathbb{R}$, $a > 0$.
- (6) Formulirati i dokazati formulu inverzije.
- (7) Definisati operatore translacije, modulacije i dilatacije. Pokazati sa je $T_x M_\xi = e^{-2\pi i x \xi} M_\xi T_x$. Formulirati i dokazati teoremu o odnosu operatora translacije i modulacije i Furijeove transformacije.
- (8) Neka je $\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{g(x)} dx$. Dokazati da je

$$M_{-\xi} T_{y-x} M_\eta = e^{-2\pi i \eta(y-x)} M_{\eta-\xi} T_{y-x},$$

kao i da proizvoljno $a > 0$ i sve $x, y, \xi, \eta \in \mathbb{R}$ važi:

$$\langle \varphi_a, M_\xi T_x \varphi_a \rangle = \sqrt{\frac{a}{2}} e^{-\pi i x \xi} \varphi_{2a}(x) \varphi_{2/a}(\xi),$$

gde je $\varphi_a(x) = e^{-\pi x^2/a}$, $x \in \mathbb{R}$ i $\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{g(x)} dx$.

- (9) Formulirati i dokazati Poasonovu formulu.
- (10) Formulirati i dokazati Šenonovu teoremu.
- (11) Dokazati da ne postoji netrivialna funkcija koja je ograničenog opsega i kompaktnog nosača.
- (12) Formulirati i dokazati princip neodređenosti.
- (13) Definisati kratkotrajnu Furijeovu transformaciju i dokazati teoremu o njenim ekvivalentnim oblicima.

- (14) Formulirati i dokazati relaciju ortogonalnosti i formulu inverzije za kratkotrajnu Furijeovu transformaciju.
- (15) Definirati malotalasnu transformaciju i dokazati relaciju ortogonalnosti i formulu inverzije za malotalasnu transformaciju.
- (16) Landauov dokaz Vajerštrasove teoreme o aproksimaciji.
- (17) Formulirati i dokazati teoremu o uniformnoj konvergenciji aproksimacijom jedinice.
- (18) Formulirati i dokazati teoremu o uniformnoj konvergenciji aproksimacijom jedinice sa dilatacijama.