

Аналитичка геометрија

Предавање 12

Цилиндричне и сферне координате простора

Нови Сад, 2022.

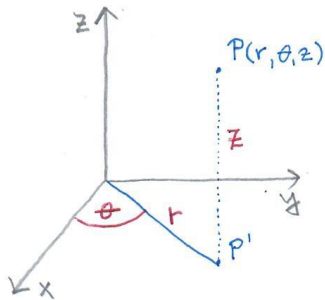
Цилиндричне координате простора – дефиниција

су комбинација поларних координата равни и правоугле координате z

Дефиниција

Цилиндричне координате тачке P у простору су уређена тројка (r, θ, z) где су:

- (r, θ) поларне координате пројекције P' тачке P на xy -раван (подсетимо се: $r \geq 0$ и $\theta \in [0, 2\pi]$);
- z је правоугла координата нормална на xy -раван ($z \in \mathbb{R}$).



Важе једнакости, које повезују правоугле и цилиндричне координате:

- $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $z = z$;
- $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arctg \frac{y}{x}$, $z = z$.

Цилиндричне координате простора – примери

Пример 12.1 Нацртати површ $r = a$, $a = \text{const} > 0$; и одредити која је то површ у простору.

Пример 12.2 Нацртати криву $r = 2$, $\theta = \frac{\pi}{4}$; и одредити која је то крива у простору.

Пример 12.3 Нацртати површ $r = 1 + \cos \theta$; и одредити која је то површ у простору.

Пример 12.4 Одредити правоугле координате површи $z = r^2$; и одредити која је то површ у простору.

Пример 12.5 Одредити цилиндричне координате површи $4x^2 + 4y^2 = 9$; и одредити која је то површ у простору.

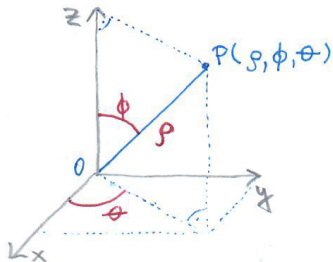
Пример 12.6 Одредити цилиндричне координате површи $x^2 + (y - 3)^2 = 9$; и одредити која је то површ у простору.

Сферне координате простора – дефиниција

Дефиниција

Сферне координате тачке P у простору су уређена тројка (ρ, ϕ, θ) где је:

- ρ – удаљеност тачке P од координатног почетка ($\rho \geq 0$);
- ϕ – угао који полуправа $\rho\rho(O, P)$ гради са позитивним делом z -осе ($\phi \in [0, \pi]$);
- θ – исти угао као и код поларних координата ($\theta \in [0, 2\pi]$).



Важе једнакости, које повезују правоугле, цилиндричне и сферне координате:

- $r = \rho \sin \phi$ $x = r \cos \theta = \rho \sin \phi \cos \theta$
 $y = r \sin \theta = \rho \sin \phi \sin \theta$
- $z = \rho \cos \phi$
- $\rho = \sqrt{r^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Сферне координате простора – примери

Пример 12.7 Одредити једначину у сферним координатама површи $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$; и одредити која је то површ у простору.

Пример 12.8 Одредити сферне координате површи $z = \sqrt{x^2 + y^2}$; и одредити која је то површ у простору.