Skup realnih brojeva

Aksiome

I $(\mathbb{R}, +)$ - Abelova grupa

1. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ x + y = y + x$ *komutativnost*
2. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ (x + y) + z = x + (y + z)$ *asocijativnost*
3. $(\exists\, 0 \in \mathbb{R})\ (\forall x \in \mathbb{R})\ 0 + x = x + 0 = x$ *neutralni elemenat za sabiranje*
4. $(\forall x \in \mathbb{R})\ (\exists\, (-x) \in \mathbb{R})\ x + (-x) = (-x) + x = 0$ *inverzni elemenat za sabiranje*

II $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ - Abelova grupa

1. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ x \cdot y = y \cdot x$ *komutativnost*
2. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ *asocijativnost*
3. $(\exists\, 1 \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ (\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ 1 \cdot x = x \cdot 1 = x$ *neutralni elemenat za množenje*
4. $(\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ (\exists\, x^{-1} \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = 1$ *inverzni elemenat za množenje*

III 1. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ *distributivnost*

$I + II + III :$ $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ polje

IV Uvodimo relaciju poretka $(\leq)$

1. $(\forall x \in \mathbb{R})\ x \leq x$ *refleksivnost*
2. $(\forall x, y \in \mathbb{R})\ x \leq y\ \wedge\ y \leq x\ \Rightarrow x = y$ *antisimetričnost*
3. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ x \leq y\ \wedge\ y \leq z\ \Rightarrow x \leq z$ *tranzitivnost*
4. $(\forall x, y \in \mathbb{R})\ x \leq y\ \vee\ y \leq x$ *totalnost uređenja*

V Slaganje operacija sa relacijom $\leq$

1. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ x \leq y \Rightarrow\ x + z \leq y + z$
2. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ 0 \leq x\ \wedge\ 0 \leq y\ \Rightarrow 0 \leq x \cdot y$

$I + II + III + IV + V :$ $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ totalno uređeno polje

VI Aksioma kompletnosti (pravi razliku između skupa realnih i racionalnih brojeva)

1. Neka su $X, Y \subseteq \mathbb{R}$ i $X, Y \neq \emptyset$. Ako $(\forall x \in X)(\forall y \in Y)\ x \leq y$ tada postoji $z \in \mathbb{R}$ tako da $(\forall x \in X)(\forall y \in Y)\ x \leq z \leq y$.

$I + II + III + IV + V + VI :$ $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ totalno uređeno kompletno polje

Skup realnih brojeva

Aksiome

I $(\mathbb{R}, +)$ - Abelova grupa

1. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ x + y = y + x$ *komutativnost*
2. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ (x + y) + z = x + (y + z)$ *asocijativnost*
3. $(\exists\, 0 \in \mathbb{R})\ (\forall x \in \mathbb{R})\ 0 + x = x + 0 = x$ *neutralni elemenat za sabiranje*
4. $(\forall x \in \mathbb{R})\ (\exists\, (-x) \in \mathbb{R})\ x + (-x) = (-x) + x = 0$ *inverzni elemenat za sabiranje*

II $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ - Abelova grupa

1. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ x \cdot y = y \cdot x$ *komutativnost*
2. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ *asocijativnost*
3. $(\exists\, 1 \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ (\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ 1 \cdot x = x \cdot 1 = x$ *neutralni elemenat za množenje*
4. $(\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ (\exists\, x^{-1} \in \mathbb{R} \setminus \{0\})\ x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = 1$ *inverzni elemenat za množenje*

III 1. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ *distributivnost*

$I + II + III :$ $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ polje

IV Uvodimo relaciju poretka $(\leq)$

1. $(\forall x \in \mathbb{R})\ x \leq x$ *refleksivnost*
2. $(\forall x, y \in \mathbb{R})\ x \leq y\ \wedge\ y \leq x\ \Rightarrow x = y$ *antisimetričnost*
3. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ x \leq y\ \wedge\ y \leq z\ \Rightarrow x \leq z$ *tranzitivnost*
4. $(\forall x, y \in \mathbb{R})\ x \leq y\ \vee\ y \leq x$ *totalnost uređenja*

V Slaganje operacija sa relacijom $\leq$

1. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ x \leq y \Rightarrow\ x + z \leq y + z$
2. $(\forall x, y, z \in \mathbb{R})\ 0 \leq x\ \wedge\ 0 \leq y\ \Rightarrow 0 \leq x \cdot y$

$I + II + III + IV + V :$ $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ totalno uređeno polje

VI Aksioma kompletnosti (pravi razliku između skupa realnih i racionalnih brojeva)

1. Neka su $X, Y \subseteq \mathbb{R}$ i $X, Y \neq \emptyset$. Ako $(\forall x \in X)(\forall y \in Y)\ x \leq y$ tada postoji $z \in \mathbb{R}$ tako da $(\forall x \in X)(\forall y \in Y)\ x \leq z \leq y$.

$I + II + III + IV + V + VI :$ $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ totalno uređeno kompletno polje