

Писмени испит из Увода у анализу, М и М5 смер

октобарски рок 2022.

1. Одредити домен и асимптоте функције $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 2}$.
2. Нека је $A = \{x \in \mathbb{R} : x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 26x - 24 \geq 0\}$ и $X = A \cap (-\infty, 2022)$.
 - (а) Одредити $\inf X$, $\sup X$. Да ли постоје $\min X$, $\max X$?
 - (б) Наћи $X^\circ, \overline{X}, \partial X, X', X^{iz}$.
3. Израчунати:
 - (а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-2}{3n+1}\right)^{2n-5}$.
 - (б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{\ln(\sqrt[n]{n}-1)}$.
4. Испитати конвергенцију рекурентно задатог низа $\{b_n\}$ дефинисаног са:
$$b_1 = \sqrt{6}, \quad b_{n+1} = \sqrt{6 + b_n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$
У случају конвергенције, наћи лимес низа.
Помоћ: доказати да је $\{b_n\}$ растући низ ограничен одозго са 6.
5. Дата је функција f дефинисана на скупу \mathbb{R} са

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2\pi x}{e^x - 1}, & x > 0, \\ x^3 - b, & x \leq 0. \end{cases}$$

Наћи непознату константу b тако да f буде непрекидна на \mathbb{R} , а затим испитати унiformну непрекидност функције f на $(-\infty, \pi)$.

Срећно!!! ☺