

Писмени испит из Увода у анализу, М и М5 смер

јун 2022.

1. Нека је  $X = \{x \in \mathbb{R} : e^{\frac{1+x|x|}{x}} \leq 1\} \cup \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$ .

(а) Одредити  $\inf X$ ,  $\sup X$ . Да ли постоје  $\min X$ ,  $\max X$ ?

(б) Одредити  $X^\circ$ ,  $\bar{X}$ ,  $\partial X$ ,  $X'$ ,  $X^{iz}$ .

2. Одредити:

(а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 2n^2} - n)$ .

(б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{\ln(n) + a^n}$ ,  $a > 0$ .

**Помоћ:** под (б) разликовати случајеве  $a < 1$ ,  $a > 1$  и  $a = 1$ .

3. Одредити:

(а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 + 4x^2 - x - 4}$ .

(б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{ctg^2 x}$ .

4. Одредити домен функције  $f(x) = \frac{x}{x+1} \ln(1 + \frac{1}{|x|})$  и асимптоте њеног графика.

5. Посматрајмо функцију  $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  задату са  $g(x) = \begin{cases} \frac{\ln \frac{1}{1-x^2}}{x}, & 0 < x < 1, \\ -1, & x = 0, \\ 2022, & x = 1. \end{cases}$

Одредити тачке прекида функције  $g$ . Испитати униформну непрекидност функције  $g$  на интервалу  $[\frac{1}{e^3}, \frac{1}{e^2}]$ .

**Задатак за 5 додатних бодова:** скицирати график функције  $f$  из 4. задатка.

Сваки задатак носи 20 бодова.

Срећно!!! ☺