

Писмени испит из Увода у анализу, М смер

јун 2021.

1. Нека је $X = \{x \in \mathbb{R} : \ln(\frac{1}{x^4}) \geq \sqrt[4]{\ln(\frac{1}{x^4})}\}$.

(а) Одредити инфимум и супремум скупа X . Да ли постоје $\min X$, $\max X$?

(б) Одредити X° , \bar{X} , ∂X , X' , X^{iz} .

[15]

2. Испитати конвергенцију низа $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ датог са $2 < a_1 < 5$, $7a_{n+1} = a_n^2 + 10$, $n \in \mathbb{N}$, и у случају конвергенције наћи његов лимес. [12]

3. (а) Претпоставимо да $\{x_n\}$ тежи ка x . Показати да је тада и

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\ln n} \left(\frac{x_1}{1} + \frac{x_2}{2} + \dots + \frac{x_n}{n} \right) = x. \quad [5]$$

(б) Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x + d^x}{4} \right)^{\frac{1}{x}}$, где су a, b, c, d позитивне константе. [6]

4. Одредити природни домен и асимптоте графика функције

$$f(x) = 2 \ln \left(\frac{|x|-1}{x} \right) - 9 \left(x + \frac{1}{2} \right). \quad [14]$$

Додатни бодови: Грубо скицирати график функције f . [3]

5. Дата је функција g дефинисана на интервалу $(-1, 1)$. Доказати да се независно од избора реалне константе C функција g не може непрекидно продужити на интервалу $(-1, 1)$, ако је

$$g(x) = \begin{cases} (\cos \frac{1}{x})^{2021}, & x \neq 0, \\ C, & x = 0. \end{cases}$$

[8]

У угластим заградама дата је бодовна вредност сваког задатка.

Резултати: до понедељка увече.

Увид у радове: по договору, послати mail.

Датум усменог испита: биће објављен заједно са резултатима.

Срећно!!! ☺