

МАТЕМАТИКА III

I КОЛОКВИЈУМ

1. РЕШИТИ

$$(x^2 + y^2) dx - 2xy dy = 0$$

2. АКО ЈЕ $a > 0$ И $y = f(x)$ РЕШЕЊЕ
ЈЕДНАЧИНЕ

$$y''' - ay'' + a^2y' - a^3y = 0$$

ТАКО ДА ЈЕ $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = a^2$.

КОЛИКО ПОЗИТИВНИХ РЕШЕЊА ИМА
ЈЕДНАЧИНА $f(x) = 0$.

3. РЕШИТИ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$$

4. КОРИСТЕЊИ ЛАПЛАСОВУ ТРАНСФОРМАЦИЈУ
РЕШИТИ

$$u' + u - v = 0$$

$$v' - u + v = 2$$

$$u(0) = 1, \quad v(0) = 2$$

1. РЕШИТИ $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$

2. РЕШИТИ $(x + \sin y) dx + (x \cos y - 2y) dy = 0$

3. РЕШИТИ $y' = y \sin x + e^x$

4. У ОКЛОСТИНИ $x=0$ РЕШИТИ

$$y'' - x y' + 2y = 0$$

5. КОРИСТЕЋИ ЛАПЛАСОВУ ТРАНСФОРМАЦИЈУ РЕШИТИ

$$y'' + 4y' + 8y = \begin{cases} \sin x & x < 2\pi \\ e^{5x} & x \geq 2\pi \end{cases}$$

1. У ОКОЛОЧНИ НУЖЕ РЕШИТИ

$$y'' - xy = 0, \quad y = y(x) \\ x \in \mathbb{R}$$

2. $(x+y+1)dx + (x-y^2+3)dy = 0$

3. $u'' + 3u' + 3u = 6e^{-2t}, \quad t \in \mathbb{R}$
 $u = u(t)$

4. РЕШИ ПО $u = u(t, x)$

$$u_t = 2u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 3 \sin \frac{2\pi x}{l}, \quad u(0, t) = u(l, t) = 0$$

(КОРИСТИТЕ ФУРИЈЕОВУ МЕТОДУ РАЗДВАЈАЊА ПРОМЕНЉИВЫХ)

5. КОРИСТЕЋИ ЛАПЛАСОВУ ТРАНСФОРМАЦИЈУ

РЕШИТИ СИСТЕМ ЈЕДНАЧИНА

$$x' = 2x - y$$

$$y' = x$$

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad x(0) = 10, \quad y(0) = 0$$

ПИСМЕНИ ДЕО ИСПИТА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ЈЕД. (И
ЈУН 2012. (И А)

1. РЕШИТИ $x y^2 dx - (x^2 y + y^3) dy = 0$
2. КОРИСТЕЋИ ЛАПЛАСОВУ ТРАНСФОРМАЦИЈУ:
РЕШИТИ СИСТЕМ: $y'' + z + y = 0$
 $z' + y' = 0$
ГДЕ ЈЕ $y(0) = 0, y'(0) = 0, z(0) = 1$
3. РЕШИТИ ЈЕД. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$
4. НЕКА ЈЕ $y = f(x)$ РЕШЕЊЕ ЈЕДНАЧИНЕ
 $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \sin x$
ТАКВО ДА ЈЕ $f(\pi) = 1$. КОЈИКА ЈЕ ВРЕДНОСТ $f(\frac{\pi}{2})$?
5. ПОПУЛАЦИЈА БАКТЕРИЈА РАСТЕ ПРОПОРЦИОНАЛНО БРОЈУ ПРИСУТНИХ. ПОСЛЕ ДВА САТА ПОПУЛАЦИЈА СЕ УТРОСТРУЧИЛА. ПОСЛЕ ЈОШ (ДОДАТНИХ) ДВА САТА ПОПУЛАЦИЈА СЕ ПОВЕЋАЛА ЗА ФАКТОР k . КОЈА ЈЕ ВРЕДНОСТ ФАКТОРА k ?

А) 6 Б) 8 В) 9 Г) 27 Д) 81

ПИСМЕНИ ДЕО ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ III
ЈУН 2012.

1. РЕШИТИ $u_t = 2u_{xx}$, $0 < x < 1, t > 0$
 $u(x, 0) = 5$, $0 < x < 1$
 $u(0, t) = u(1, t) = 0$, $t > 0$
 $u = u(x, t)$.

2. РЕШИТИ $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^5}$

3. ОДРЕДИТИ РЕШЕЊЕ ДИФ. ЈЕД

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

ТАКВО ДА ЈЕ $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$ И $y'''(0) = -1$.

4. АКО ЈЕ ИНТЕГРАБИЛНИ ФАКТОР ДИФ. ЈЕД.

$$(3xy^2 - 5y)dx + (2x^2y - 3x)dy = 0$$

ОБЛИКА $u(x, y) = x^m y^n$ РЕШИТИ ЈЕДНАЧИНУ

5. АКО ЈЕ a ПОЗИТИВНА КОНСТАНТА И $y = f(x)$
РЕШЕЊЕ ЈЕДНАЧИНЕ

$$y''' - ay'' + ay' - a^3y = 0$$

ТАКВО ДА ЈЕ $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$ И $f''(0) = a^2$.

КОЛИКО ПОЗИТИВНИХ РЕШЕЊА ИМА
ЈЕДНАЧИНА $f(x) = 0$

А) НУЛА Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) ВИШЕ ОД 3

Диференцијалне једначине ИА проф. Љ. Термић

АВГУСТ 2012

1. Решити

$$x^3 + \frac{y}{x} + (y^2 + \ln x) \frac{dy}{dx} = 0$$

по неопознатој функцији $y = y(x)$.

2. Решити

$$xy \frac{dy}{dx} = 2x^2 + 3y^2$$

3. Користећи Лапласову трансформацију решити систем једначина

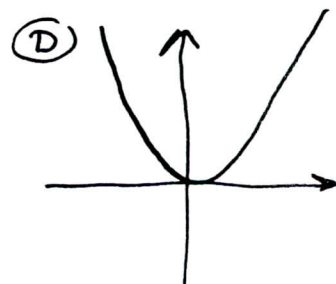
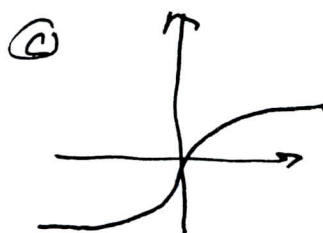
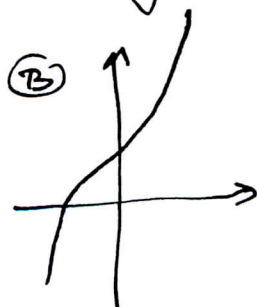
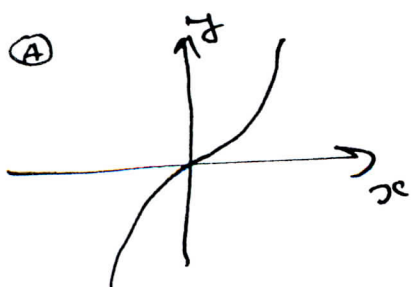
$$x' = 2x - y$$

$$y' = x$$

$$x = x(t), y = y(t), x(0) = 5, y(0) = 0$$

4. Који од наведених графика најбоље представља решење једначине

$$y' = 1 + y^4$$



1. РЕШИТИ

$$y''' - 3y'' + 2y' = \frac{e^x}{1+e^{-x}}$$

РЕЗУЛТАТИ
ПОМЕДЕСБАК ПОСЛЕ 12
УСМЕНИ
СРЕДА 14 САТИ

Дерд

2. У ОКОЛИНИ $x=0$ РЕШИТИ

$$y'' - x y' + 2y = 0$$

$$y(0) = y_0 \quad y'(0) = y_1$$

3. КОРИСТЕТИ СТАНДАСОВУ ТР. РЕШИТИ

$$y'' + 4y' + 8y = \begin{cases} \sin x & x < 2\pi \\ e^{5x} & x \geq 2\pi \end{cases}$$

4. МЕТОДОМ РАЗДВАЈАЊА ПРОМЕНЉИВИХ
РЕШИТИ

$$u_{tt} = 4u_{xx}$$

$$u(0,t) = 0, u(1,t) = 0$$

$$u(x,0) = 5\sin x, u_t(x,0) = 1$$

~~ПОДАТА~~

5. У ПРВОЈ ПОСУДИ СУ 3 БЕЛЕ И 4 ЦРНЕ КУГЛИЦЕ,
А У ДРУГОЈ 3 БЕЛЕ И 2 ЦРНЕ. (СЛУЧАЈНО СБАЏАЊЕМ
"ФЕР" НОВЧИЋА) БИРАМО ПОСУДУ ИЗ КОЈЕ ЋЕМО
ИЗВЛАЧИТИ КУГЛИЦЕ. АКО СМО У ПРВОМ ИЗВЛАЧЕЊУ
ИЗ ОДБРАНЕ ПОСУДЕ ИЗВУКЛИ БЕЛУ И ЗАТИМ ЈЕ
ВРАТИЛИ, КОЛИКА ЈЕ ВЕРОВАЈНОЋА ДА ЋЕМО У
ДРУГОМ ИЗВЛАЧЕЊУ ИЗ ИСТЕ ПОСУДЕ ИЗВУТИ БЕЛУ
КУГЛИЦУ.

МАТЕМАТИКА III

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ДЕЦЕМБАР 2012

1. Ако је $y = f(x)$ РЕШЕЊЕ ЈЕДНАЧИНЕ

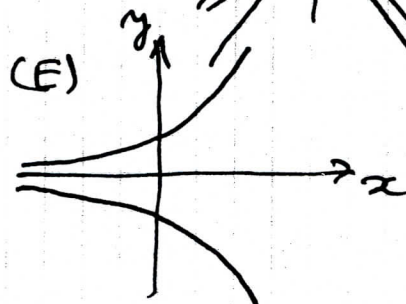
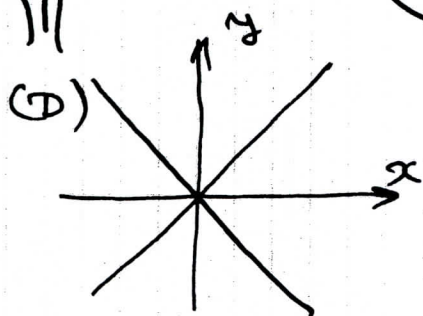
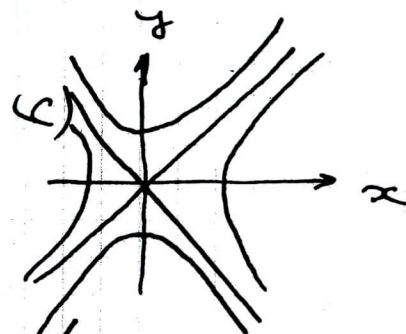
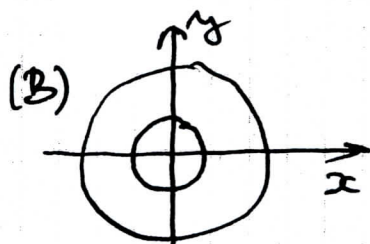
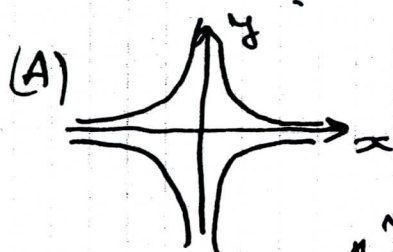
$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \sin x$$

ТАКВО ДА $f(\pi) = 1$. КОЛИКА ЈЕ ВРЕДНОСТ
ЗА $f(\frac{\pi}{2})$?

2. КОЈА ОД ПОМУЂЕНИХ ФАМИЛИЈА КРИВИХ ЈЕ
ФАМИЛИЈА ИНТЕГРАЛНИХ КРИВИХ ЗА

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{x}{y} \left(2 \frac{dy}{dx} - \frac{x}{y}\right)$$

И ЗАШТО?



3. РЕШИТИ $\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{d^2 y}{dx^2}$ УЗ УСЛОВЕ

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \text{ и } y'''(0) = -1$$

4. РЕШИТИ $\frac{dy}{dx} + \frac{x^2 y}{x^3 + y} = 0$, $y(1) = 1$.

5. РЕШИТИ $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$

МАТЕМАТИКА III

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ

1. Решити у околним тачке $x=1$ једначину

$$y'' - xy = 0.$$

2. Решити Вјерову једначину

$$t^2 y'' + 3ty' - 3y = 0$$

3. Дистрибуција температуре $u(x,t)$ металне шипке изоловане на оба краја је описана следњим мат. моделом

$$u_t = 5u_{xx} \quad 0 < x < 3, t > 0$$

$$u_x(0,t) = u_x(3,t) = 0$$

$$u(x,0) = 10 + 4 \cos(2\pi x/3) - 2 \cos(4\pi x/3)$$

Решити овај проблем.

4. У првој посуди су 2 беле и 3 црвене кулчице. У другој су 3 беле и 2 црвене кулчице. Такав се "фер" покрет дирамо посуду из које ћемо изабрати кулчице. Представимо да је прво изабрана бела кулчица а заједно је вратена. Колика је вероватноћа да ћемо у другој изабрати из исте посуде изабрати белу кулчицу?

БОНУС

1. Температурни пил жрећи подијелу по ситости пропорционалној разлици између своје температуре и температуре свог окружења

а) Израдите диф. једначину која контролише температуру пиле, у којој је независна функција функција времена мерено у минутима, ако је температура окружења константна и једнака 20°C

Ваша једначина ће садржавати константу, која не може бити одређена из датих података

б) Израдите описане решење ове јед.

в) Принећемо је да ако се пил искупи, у $t=0$ на температури 70°C у посуду у којој је температура 20°C температура у $t=10$ мин ће бити 60°C . Искористите ову информацију да одредите јединствено решење једначине.

МАТЕМАТИКА III ПРВИ КОЛОКВИЈУМ

1. Која од понуђених је тачно решење диф. јед.

$$y'' - y' - 2y = 4t^2 e^{-t} ? \quad \text{Зашто?}$$

(a) $y(t) = At^3 e^{-t} + Bt^2 e^{-t} + Cte^{-t}$

(b) $y(t) = t^2 (A \cos t + B \sin t)$

(c) $y(t) = At^3 e^{-t} + Bt^2 e^{-t} + Cte^{-t} + De^{-t} + Ee^t$

(d) $y(t) = t^2 e^{-t} (A \cos t + B \sin t)$

2. Користећи Лапласову трансформацију решити систем

$$x' = 2x + 2y$$

$$y' = 2x + 5y$$

3. Решити линеарни проблем $ty' + 2y = 4t^2, y(1) = 2.$

4. Решити $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+y}{3+3y^2-x}, y(0) = 0$

5. Решити $\frac{dy}{dx} = \frac{y-4x}{x-y}$

БОНУС

1. Резервоар на попушту процесу садржи 100 l тешке воде. Расивор соли са концентрацијом 2 kg/l се пушта у резервоар брзином 3 l/min, а добро мешана садржај резервоара се излив из исте испод брзином

a) Израдите диф. једначину која описује концентрацију соли у резервоару.

b) Израдите количину соли у резервоару у моменту t

c) Колико је гранична количина соли у резервоару?

МАТЕМАТИКА III

II КОЛОКВИЈУМ

1. РЕШИТИ

$$u_t = 5u_{xx}, \quad 0 < x < 3, \quad t > 0$$

$$u_x(0, t) = u_x(3, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 5 + 4 \cos \frac{4\pi x}{3}$$

2. У ОКОЛИНИ ТАЧКЕ $x=2$ РЕШИТИ

$$y'' - xy = 0$$

3. РЕШИТИ ОУЛЕРОВУ ЈЕД.

$$t^2 y'' + 3t y' - 3y = 0$$

4. ОДРЕДИТИ ВЕРОВАТНОЋУ ДА ЈЕ У ЈЕДНОМ
БАЏАЊУ КОЈКЕ БРОЈ КОЋИ ЈЕ ПАО БИЛЕ МАЊИ ОД 4
АКО (а) НИЈЕ ДАТА НИКАКВА ДОДАТНА ИНФОРМАЦИЈА
(б) АКО ЗНАМО ДА ЈЕ РЕЗУЛТАТ БАЏАЊА НЕПАРАН БР