1. Pokazati da za $\alpha > 1$ sva rešenja jednačine

$$y' = -\alpha y + ln(1 + y^2)$$

konvergiraju ka 0 kada $t \to +\infty$, gde je $y = y(t)$ i $t \geq 0$.

2. Neka je $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ neprekidno diferencijabilna funkcija i neka $a \in \mathbb{R}$. Neka su dati početni problemi

$$\begin{cases} y'(t) + ay(t) & = f(t),\ t \geq 0 \\ y(0) & = 0, \end{cases} \tag{1}$$

i

$$\begin{cases} y'(t) + ay(t) & = f'(t),\ t \geq 0 \\ y(0) & = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Znamo da za ove linearne jednačine postoje jedinstvena rešenja za $t \geq 0$ i rešenje početnog problema (1) označavamo sa ϕ, a rešenje početnog problema (2) označavamo sa ψ. Naći potreban i dovoljan uslov da važi $\phi' = \psi$.

3. Za sistem

$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \vec{x},$$

gde su $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ i $ad - bc = 0$ diskutovati ponašanje rešenja u zavisnosti od a, b, c, d i skicirati trajektorije u faznoj ravni.

4. Data je funkcija $f(x, t) = \frac{x^2+1}{x} t$. Ispitati da li je f Lipšic neprekidna u oblastima

   (a) $[1, 2] \times [0, 1]$,
   (b) $[1, 2] \times [0, \infty)$,
   (c) $[1, \infty) \times [0, T]$,
   (d) $(0, 1) \times [0, 1]$.

5. Naći inverznu Laplasovu transformaciju za funkciju

$$F(s) = ln\Big(\frac{s^2 + 1}{(s+2)(s-3)}\Big).$$

6. Naći polinome $L_n(t)$ koji su rešenja jednačine

$$ty'' + (1 - t)y' + ny = 0,\ n \in \mathbb{N}_0.$$

7. Naći opšte rešenje jednačine $(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$ u okolini tačke $x_0 = 0$.